Дана функция f(x) = x4 - 2x2 + 2

Точки пересечения с осью координат X

|  |
| --- |
| График функции пересекает ось X при f = 0 |

|  |
| --- |
| значит надо решить уравнение: |

|  |
| --- |
| x4 - 2x2 + 2 = 0.  Замена: х2 = m.  m2 – 2m + 2 = 0.  Квадратное уравнение, решаем относительно m:  Ищем дискриминант:  D=(-2)^2-4\*1\*2=4-4\*2=4-8=-4;  Дискриминант меньше 0, уравнение не имеет корней. |

|  |
| --- |
| Значит, график заданной функции не имеет пересечения с осью X: |

|  |
| --- |
|  |

Точки пересечения с осью координат Y

|  |
| --- |
| График пересекает ось Y, когда x равняется 0: |

|  |
| --- |
| подставляем x = 0 в x^4 - 2x^2 + 2. |

|  |
| --- |
| 04 – 2\*02 – 2 = 0. |

|  |
| --- |
| Результат: |

|  |
| --- |
| f(0) = 2 |

|  |
| --- |
| Точка: |

|  |
| --- |
| (0, 2) |

График функции

|  |  |
| --- | --- |
|  | f = x^4 - 2x^2 + 2 |
| https://www4c.wolframalpha.com/Calculate/MSP/MSP159622fbd78ae6d32e6h0000494g99b081gh64d1?MSPStoreType=image/gif&s=29 |  |
|  |  |

Для того, чтобы найти экстремумы, нужно решить уравнение  
\frac{d}{d x} f{\left (x \right )} = 0 (производная равна нулю),  
и корни этого уравнения будут экстремумами данной функции:  
\frac{d}{d x} f{\left (x \right )} = 4 x^{3} - 4 x = 0  
Решаем это уравнение 4х(х2 – 1) = 0  
Корни этого уравнения  
x\_{1} = -1  
x\_{2} = 0  
x\_{3} = 1  
Значит, экстремумы в точках:

(-1, 1)

(0, 2)

(1, 1)

**Интервалы возрастания и убывания функции:**  
Найдём интервалы, где функция возрастает и убывает, а также минимумы и максимумы функции, для этого смотрим как ведёт себя функция в экстремумах при малейшем отклонении от экстремума:  
Минимумы функции в точках:  
x\_{3} = -1,  
x\_{3} = 1.

Максимумы функции в точке:  
x\_{3} = 0.  
Возрастает на промежутках

[-1, 0] U [1, oo).

Убывает на промежутках

(-oo, -1] U [0, 1].

Найдем точки перегибов, для этого надо решить уравнение  
(d^{2}/{d x^{2}) f (x)} = 0  
(вторая производная равняется нулю),  
корни полученного уравнения будут точками перегибов для указанного графика функции:   
(d^{2}/{d x^{2}) f (x )} = 4 \*(3 x^{2} – 1)= 0  
Решаем это уравнение  
Корни этого уравнения  
x\_{1} = - √3/3,  
x\_{2} = √3/3.  
  
**Интервалы выпуклости и вогнутости:**  
Найдём интервалы, где функция выпуклая или вогнутая, для этого посмотрим, как ведет себя функция в точках перегибов:  
Вогнутая на промежутках

(-oo, -√(3)/3] U [√(3)/3, oo)

Выпуклая на промежутках

[-√(3)/3, √(3)/3]

Горизонтальные асимптоты найдём с помощью пределов данной функции при x->+oo и x->-oo  
\lim\_{x \to -\infty}\left(x^{4} - 2 x^{2} + 2\right) = ∞  
значит, горизонтальной асимптоты слева не существует  
\lim\_{x \to \infty}\left(x^{4} - 2 x^{2} + 2\right) = ∞  
значит, горизонтальной асимптоты справа не существует Наклонные асимптоты

Наклонную асимптоту можно найти, подсчитав предел функции x^4 - 2\*x^2 + 2, делённой на x при x->+oo и x ->-oo  
\lim\_{x \to -\infty}\left(\frac{1}{x} \left(x^{4} - 2 x^{2} + 2\right)\right) = -∞  
значит, наклонной асимптоты слева не существует  
\lim\_{x \to \infty}\left(\frac{1}{x} \left(x^{4} - 2 x^{2} + 2\right)\right) = ∞  
значит, наклонной асимптоты справа не существует. Чётн

Проверим функцию чётна или нечётна с помощью соотношений f = f(-x) и f = -f(-x).  
Итак, проверяем:  
x^{4} - 2 x^{2} + 2 = x^{4} - 2 x^{2} + 2  
- Да.  
x^{4} - 2 x^{2} + 2 = - x^{4} - - 2 x^{2} - 2  
- Нет.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Значит, функция является чётной.   |  | | --- | |  |  |  | | --- | |  | |

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
|  |
|  |