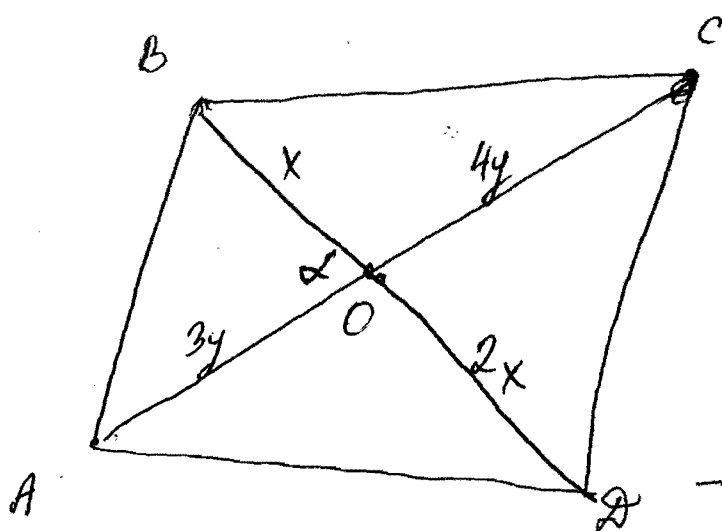




Дано:

1

$$S_{ABCD} = 42$$

$$S_{\triangle ABC} = 14$$

$$S_{\triangle BCD} = 24$$

$$S_{\triangle AOD} = ?$$

Решение.

Обозначим острый угол $\angle BOA = \angle COD = \alpha$.

Заметим, что $\sin \angle BOC = \sin (180^\circ - \alpha) = \sin \alpha = \sin \angle AOD$

По формуле для площади четырехугольника запишем:

$$S_{ABCD} = \frac{(AO + OC) \cdot (BO + OD) \cdot \sin \alpha}{2} = 42$$

$$\Rightarrow (AO + OC) \cdot (BO + OD) \cdot \sin \alpha = 84 \quad (1)$$

По формуле площади треугольников $\triangle BOA$ и $\triangle BOC$ запишем:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOC} = \frac{BO \cdot AO \cdot \sin \alpha}{2} + \frac{BO \cdot OC \cdot \sin \alpha}{2} = 14$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{BO (AO + OC) \cdot \sin \alpha}{2} = 14$$

$$\Rightarrow BO \cdot (AO + OC) \cdot \sin \alpha = 28 \quad (2)$$

$$\text{Аналогично: } S_{\triangle BCD} = \frac{CO \cdot (BO + OD) \cdot \sin \alpha}{2} = 24$$

$$\Rightarrow CO \cdot (BO + OD) \cdot \sin \alpha = 48 \quad (3)$$

Поделив (2) на (1) получим

$$\frac{BO}{BO + OD} = \frac{28}{84} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{BO}{OD} = \frac{1}{2}$$

Тогда, если $BO = x$, то $OD = 2x$

Аналогично, поделив (3) на (1), получили:

(2)

$$\frac{CO \cdot (BO + OD) \cdot \sin \alpha}{(AO + OC) \cdot (BO + OD) \cdot \sin \alpha} = \frac{CO}{AO + OC} = \frac{48}{84} = \frac{4}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{CO}{AO} = \frac{4}{3} \quad \text{Тогда, если } CO = 4y, \text{ то } AO = 3y$$

Обозначим соответственно ~~сторону~~ отрезки на рисунке.

Как видно теперь площадь искомого треугольника $\triangle AOD$ равна: $S_{\triangle AOD} = \frac{AO \cdot OD}{2} \cdot \sin \alpha = \frac{3y \cdot 2x}{2} \cdot \sin \alpha$

Выражение (2) можно переписать в виде:

$$\cancel{x \cdot 2x} \cdot x \cdot 7y \cdot \sin \alpha = 28 \quad | : 7$$

$$\Rightarrow x \cdot y \cdot \sin \alpha = 4$$

$$\text{Тогда } S_{\triangle AOD} = \frac{6yx}{2} \cdot \sin \alpha = 3yx \cdot \sin \alpha = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\boxed{S_{\triangle AOD} = 12}$$