$$4^{2x-3} - 3 \cdot 4^{x-2} - 1 = 0$$

$$4^1 - 1 - 3 \left(\frac{4}{16} \right)^{x-2} - \frac{1}{16^{x-2}} = 0$$

$$4 - 3 \left(\frac{1}{4} \right)^{x-2} - \frac{1}{16^{x-2}} = 0$$

$$x = 2$$

Других решений нет, так как функция, соответствующая данному уравнению, является монотонной.

$$3^{4x+5} - 2^{4x+7} - 3^{4x+3} - 2^{4x+4} = 0$$

Произведем замену переменных.

$$\begin{cases} a = 2^{4x} \\ b = 3^{4x} \\ 3^5 b - 2^7 a - 3^3 b - 2^4 a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2^{4x} \\ b = 3^{4x} \\ 243b - 128a - 27b - 16a = 0 \end{cases}$$

Приводим подобные

$$\begin{cases} a = 2^{4x} \\ b = 3^{4x} \\ 216b - 144a = 0 \end{cases}$$

Выносим общий множитель.

$$\begin{cases} a=2^{4x} \\ b=3^{4x} \\ 3b-2a=0 \end{cases}$$

Из уравнения 3 выразим a .

$$\begin{cases} a=2^{4x} \\ b=3^{4x} \\ a=\frac{3b}{2} \end{cases}$$

Произведем замену переменных.

$$2^{4x} = \frac{3 \cdot 3^{4x}}{2}$$

$$2^{4x} = \frac{3^{1+4x}}{2}$$

$$\frac{2^{4x} \cdot 2}{3^{1+4x}} = 1$$

$$\frac{2^{4x+1}}{3^{1+4x}} = 1$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{4x+1} = 1$$

$$4x+1=0$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

$$\sqrt[3]{4^{x+2}} = \frac{4}{\sqrt[5]{2}}$$

$$\sqrt[3]{4^{x+2}} = 2\sqrt[5]{16}$$

$$(4^{x+2})^{\frac{1}{3}} = 2\sqrt[5]{16}$$

$$4^{\frac{1}{3}(x+2)} = 2\sqrt[5]{16}$$

$$(2^2)^{\frac{1}{3}(x+2)} = 2^{\frac{9}{5}}$$

$$2^{2 \cdot \frac{1}{3}(x+2)} = 2^{\frac{9}{5}}$$

$$2 \cdot \frac{1}{3}(x+2) = \frac{9}{5}$$

$$\frac{2}{3}(x+2) = \frac{9}{5}$$

$$x+2 = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{2}{3}}$$

$$x+2 = \frac{27}{10}$$

$$x = \frac{27}{10} - 2$$

$$x = \frac{7}{10}$$