$$\left(x^2-2x-5\right)^2-2\left(x^2-2x-3\right)-4=0$$

Пусть $t=x^2-2x$

получаем вспомогательное уравнение.

$$(t-5)^2-2(t-3)-4=0$$

$$\left(t^2-10t+25\right)-2(t-3)-4=0$$

$$t^2-10t+25-2t+6-4=0$$

$$t^2-12t+27=0$$

$$D=b^2-4ac=(-12)^2-4\cdot1\cdot27=36$$

$$t_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$$t_1=\frac{12-6}{2\cdot1}=3\ ;t_2=\frac{12+6}{2\cdot1}=9$$

В этом случае

$$x^2-2x=3\ ;x^2-2x=9$$

1)

$$x^2-2x=3$$

$$x^2-2x-3=0$$

$$D=b^2-4ac=(-2)^2-4\cdot1(-3)=16$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1=\frac{2-4}{2\cdot1}=-1\ ;x_2=\frac{2+4}{2\cdot1}=3$$

2)

$$x^2-2x=9$$

$$x^2-2x-9=0$$

$$D=b^2-4ac=(-2)^2-4\cdot 1(-9)=40$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1=\frac{2-2\sqrt{10}}{2\cdot 1}=1-\sqrt{10}\ ;x_2=\frac{2+2\sqrt{10}}{2\cdot 1}=1+\sqrt{10}$$

ответ: $x=1-\sqrt{10};x=-1;x=3;x=1+\sqrt{10}$.