$$\frac{a-3}{4a^{2}+24a+36}:\left(\frac{a}{3a-9}-\frac{3}{a^{2}+3a}+\frac{a^{2}+9}{27-3a^{2}}\right)=$$

$$=\frac{a-3}{4(a^{2}+6a+9)}:\left(\frac{a}{3(a-3)}-\frac{3}{a(a+3)}+\frac{a^{2}+9}{3(3-a)(3+a)}\right)=$$

$$=\frac{a-3}{4(a+3)^{2}}:\frac{a∙a\left(a+3\right)-3∙3\left(a-3\right)-a(a^{2}+9)}{3a(a-3)(a+3)}=$$

$$=\frac{a-3}{4(a+3)^{2}}:\frac{a^{3}+3a^{2}-9a+27-a^{3}-9a}{3a(a-3)(a+3)}=$$

$$=\frac{a-3}{4(a+3)^{2}}:\frac{3(a^{2}-6a+9)}{3a(a-3)(a+3)}=\frac{a-3}{4(a+3)^{2}}∙\frac{3a\left(a-3\right)\left(a+3\right)}{3\left(a-3\right)^{2}}=$$

$$=\frac{1}{4\left(a+3\right)}∙\frac{a}{1}=\frac{a}{4\left(a+3\right)}$$