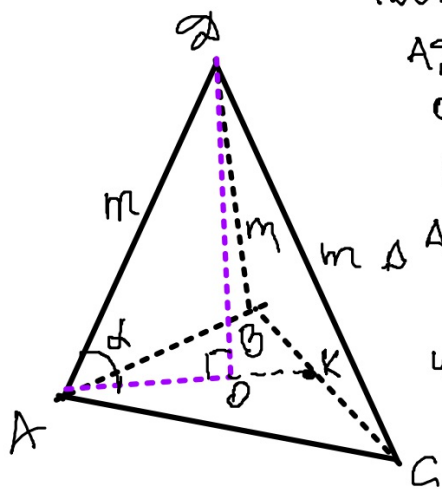




ABCD - правильная пирамида

$$AD = BD = DC = m$$

O - проекция D на (ABC)

O - центр описанной вокруг $\triangle ABC$ окружности

$\triangle ABC$ правильный, т.к. ABCD правильная

тогда $AB = BC = AC$ и $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

и $AO = \frac{2}{3}$ медианы AK (AK также высота)

Найдем AO. $AO = AD \cdot \cos \alpha = m \cdot \cos \alpha$

$$\Rightarrow AK = m \cdot \cos \alpha \cdot 3$$

AK одновременно высота и биссектриса в $\triangle ABC$

$$\Rightarrow \angle CAK = 60^\circ : 2 = 30^\circ, \text{ а } \angle CKA = 90^\circ \Rightarrow AC = AK : \cos \angle KAC$$

$$\Rightarrow AC = \frac{m \cos \alpha \cdot 3}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = m \cos \alpha \cdot \sqrt{3} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{AC \cdot AB \cdot \sin \angle A}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{m^2 \cos^2 \alpha \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{4} \quad \text{DO - высота} = DA \cdot \sin \alpha = m \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{S_{ABC} \cdot DO}{3} = \frac{m^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha \cdot m \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{3} = m^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha \cdot \sqrt{3}$$

ответ:

$$m^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha \cdot \sqrt{3}$$