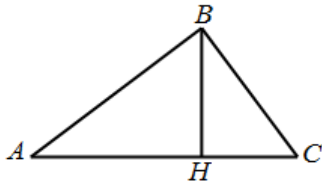


1. Катеты прямоугольного треугольника относятся как 4 : 3, а гипотенуза равна 25 см. Найдите отрезки, на которые гипотенуза делится высотой, проведённой из вершины прямого угла.

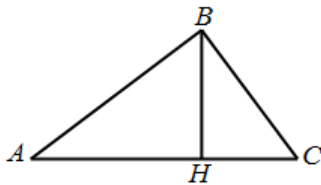


BH – высота к гипотенузе. $AB:BC = 4:3$. Найдём катеты AB и BC : Если $AB = 4x$ и $BC = 3x$, то по теореме Пифагора $AB^2 + BC^2 = AC^2 \Leftrightarrow 16x^2 + 9x^2 = 25^2 \Leftrightarrow 25x^2 = 625$, $x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$ см и $AB = 20$ см, $BC = 15$ см.

У прямоугольных треугольников BCH и ABC общий острый угол C , поэтому $\triangle BCH \sim \triangle ABC$ и $\frac{HC}{BC} = \frac{BC}{AC} \Leftrightarrow HC = \frac{BC^2}{AC} = \frac{15^2}{25} = 9$ см.

$AH = AC - HC = 25 - 9 = 16$ см.

2. В прямоугольном треугольнике высота, опущенная на гипотенузу, равна 6 дм, а гипотенуза равна 12,5 дм. Найдите катеты треугольника.



$AC = 12,5$ дм – гипотенуза, $BH = 6$ дм – высота к гипотенузе. По свойству высоты к гипотенузе

$BH^2 = AH \cdot HC$. Для определённости будем считать, что $AH \geq HC$. $AH = x$ дм, $CH = AC - AH = 12,5 - x$ дм. И т.к.

$BH = 6$ дм, то $36 = x(12,5 - x) \Leftrightarrow 36 = 12,5x - x^2$ или

$x^2 - 12,5x + 36 = 0$. $D = 12,5^2 - 4 \cdot 36 = 156,25 - 144 = 12,25 \Rightarrow D = 3,5$.

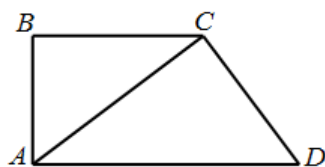
$x = \frac{12,5 \pm 3,5}{2}$; $x_1 = 8$, $x_2 = 4,5$. И т.к. мы условились, что $AH \geq HC$, то $AH = 8$

дм, $HC = 4,5$ дм. Теперь по теореме Пифагора из прямоугольных треугольников ABH с гипотенузой AB и BCH с гипотенузой BC находим:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \Rightarrow AB = 10 \text{ дм.}$$

$$BC^2 = HC^2 + BH^2 = 4,5^2 + 6^2 = 20,25 + 36 = 56,25 \Rightarrow BC = 7,5 \text{ дм.}$$

3. В прямоугольной трапеции меньшая диагональ равна 20 м, а меньшая боковая сторона равна 12 м. Найдите площадь трапеции, если меньшая диагональ перпендикулярна боковой стороне.



$AC = 20$ см, $AB = 12$ см. Треугольники ABC и ACD – прямоугольные с прямыми углами ABC и ACD .

По теореме Пифагора

$$BC^2 + AB^2 = AC^2 \Leftrightarrow BC^2 = AC^2 - AB^2 \Leftrightarrow BC^2 = 20^2 - 12^2 \text{ см}^2; BC^2 = 400 - 144 = 256 \Rightarrow BC = 16 \text{ см.}$$

У прямоугольных треугольников ABC и ACD $\angle BCA = \angle CAD$ как внутренние накрест лежащие при параллельных BC и AD и секущей AC . Поэтому

$$\triangle ACD \sim \triangle ABC \text{ и } \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{BC} \Leftrightarrow AD = \frac{AC^2}{BC} = \frac{400}{16} = 25 \text{ см. } AB = 12 \text{ см} - \text{высота}$$

$$\text{трапеции. Площадь трапеции } S = \frac{16 + 25}{2} \cdot 12 = 41 \cdot 6 = 246 \text{ см}^2.$$