1. Число решений уравнения x₁+x₂+x₃+x₄=N, 1≤x₁,x₂,x₃,x₄≤6 - число вариантов выпадения N очков на 4 кубиках, 4≤N≤24.

Производящая функция для этого уравнения имеет вид: $\left(x+x^{2}+…+x^{6}\right)^{4}$

Преобразуем: $\left(x+x^{2}+…+x^{6}\right)^{4}=\left(\frac{x\left(x^{6}-1\right)}{x-1}\right)^{4}=\left(x\left(x^{6}-1\right)\right)^{4}⋅\frac{1}{\left(x-1\right)^{4}}$

Разложим в ряд правый множитель:

$$\left(x^{28}-4x^{22}+6x^{16}-4x^{10}+x^{4}\right)\sum\_{n=0}^{\infty }\frac{\left(n+3\right)!}{6⋅n!}x^{n}$$

Тогда коэффициент $A\_{N}$ при $x^{N}$ – искомый.

Т.к. нас интересуют лишь степени от 4 по 24 и минимальная степень переменной, входящей в ряд в правой части выражения равна 0, то степени выше 24-0=24 в многочлене левой части можно отбросить. Аналогично отбрасываем слагаемые в ряде справа степени выше 24-4=20

$$\left(-4x^{22}+6x^{16}-4x^{10}+x^{4}\right)\sum\_{n=0}^{20}\frac{\left(n+3\right)!}{6⋅n!}x^{n}$$

Тогда, пользуясь аналогичными рассуждениями и расписывая произведение в сумму одночленов и конечной суммы ряда справа, получим:

$$A\_{n}=\left\{\begin{array}{c}\frac{\left(n-1\right)!}{6⋅(n-4)!},4\leq n<10\\-4⋅\frac{\left(n-7\right)!}{6⋅\left(n-10\right)!}+\frac{\left(n-1\right)!}{6⋅(n-4)!},10\leq n<16\\6⋅\frac{\left(n-13\right)!}{6⋅\left(n-16\right)!}-4⋅\frac{\left(n-7\right)!}{6⋅\left(n-10\right)!}+\frac{\left(n-1\right)!}{6⋅(n-4)!},16\leq n<22\\-4⋅\frac{\left(n-19\right)!}{6⋅\left(n-22\right)!}+6⋅\frac{\left(n-13\right)!}{6⋅\left(n-16\right)!}-4⋅\frac{\left(n-7\right)!}{6⋅\left(n-10\right)!}+\frac{\left(n-1\right)!}{6⋅\left(n-4\right)!},22\leq n\leq 24\end{array}\right.$$

Всего возможных исходов $6\*6\*6\*6=6^{4}$

Тогда **ряд распределения** будет иметь вид

|  |  |
| --- | --- |
| n | $$\frac{A\_{n}}{6^{4}}$$ |

, $n=\overline{4,24}$

Если вычислить, получим последовательность {1/1296,1/324,5/648,5/324,35/1296,7/162,5/81,13/162,125/1296,35/324,73/648,35/324,125/1296,13/162,5/81,7/162,35/1296,5/324,5/648,1/324,1/1296}

2. Пусть $X\_{i}$ – СВ, соответствующая кол-ву очков на i-ом кубике. Тогда $EX=E\left(X\_{1}+X\_{2}+X\_{3}+X\_{4}\right)=\left[X\_{i}, очевидно, независимы\right]=EX\_{1}+EX\_{2}+EX\_{3}+EX\_{4}=\left[\begin{array}{c}распределения X\_{i}одинаковы, а значит и их числовые характеристики, \\в частности, матожидание, совпадают\end{array}\right]=4EX\_{1}=\left[всего 6 исходов\left(1,2,3,4,5,6\right), и все равновероятны\right]=4⋅\frac{1+2+3+4+5+6}{6}=14$

3. $DX=D\left(X\_{1}+X\_{2}+X\_{3}+X\_{4}\right)=4D\left(X\_{1}\right)=4D\left(X\_{1}\right)=4⋅\left(EX\_{1}^{2}-\left(EX\_{1}\right)^{2}\right)=4⋅\left(\frac{1^{2}+2^{2}+…+6^{2}}{6}-\left(\frac{7}{2}\right)^{2}\right)=11\frac{2}{3} \^\\_t е,ыдов(1,2ол-ву очков на ь виубика равновероятен, мыавна 0, то степени выше 24-0=24 в многочлене левой части можно отбр$
4. $σX=\sqrt{DX}≈3,42$

5. X принимает все целые значения от 4 до 24, значений нечетное кол-во – а тогда медиана равна $\frac{4+24}{2}=14$. По построенному ряду распределения видно, что мода также равна 14

6. $F(x)=P(X\leq x)$

А значит

$$F\left(x\right)=\left\{\begin{array}{c}0, x<4\\\sum\_{n=4}^{\left⌊x\right⌋}\frac{A\_{n}}{6^{4}}, 4\leq x<24\\1, x\geq 24\end{array}\right.$$

График имеет вид 

7. Плотность задается для НСВ, но не для ДСВ