

$$(x^2 - x - 1)^2 - x^3 = 5$$

$$(x^2 - x - 1)^2 - x^3 - 5 = 0$$

$$(x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x + 1) - x^3 - 5 = 0$$

$$x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x + 1 - x^3 - 5 = 0$$

$$x^4 - 3x^3 - x^2 + 2x - 4 = 0$$

$$x^4 - 2x^3 - x^3 - 4x^2 + 2x^2 + x^2 + 4x - 2x - 4 = 0$$

$$(x^4 - 2x^3 - 4x^2) - (x^3 - 2x^2 - 4x) + (x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$(x^2 - 2x - 4)x^2 - (x^2 - 2x - 4)x + (x^2 - 2x - 4)1 = 0$$

$$(x^2 - 2x - 4)(x^2 - x + 1) = 0$$

Решаем каждую скобку как отдельное уравнение.

1 .

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 20$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{2 - 2\sqrt{5}}{2 \cdot 1} = 1 - \sqrt{5}; x_2 = \frac{2 + 2\sqrt{5}}{2 \cdot 1} = 1 + \sqrt{5}$$

2 .

$$x^2 - x + 1 = 0$$

Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3$$

Дискриминант отрицателен, значит уравнение не имеет корней.

ответ: $x = 1 - \sqrt{5}; x = 1 + \sqrt{5}$.