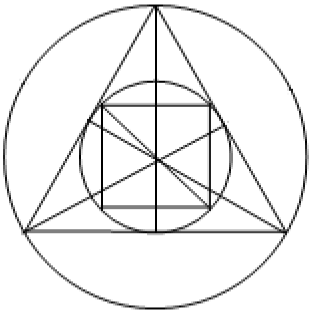
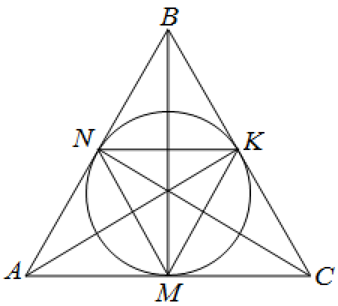
1. В окружность R=8 вписан правильный треугольник, в который вписан круг, в него – квадрат. Найти сторону этого квадрата.

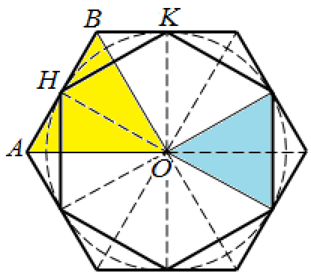


Пусть $R$ – радиус окружности, описанной около правильного треугольника, а $r$ – радиус окружности, вписанной в этот же треугольник. По свойствам правильного треугольника $R = 2r \Leftrightarrow r = 0{,}5R$. И т.к. $R = 8$, то $r = 4$.
По свойствам квадрата, диагональ квадрата, вписанного в окружность, равна диаметру этой окружности ($d = 2r = 8$).
Сторона этого квадрата $a$ равна $a = \dfrac{d\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$.

2.В окружность вписан и около неё описан правильный n-угольник. Найти отношение сторон этих n-угольников для n=3;6. Желательно с чертежом.




2.1. <u>Треугольники</u>. Пусть правильный треугольник *ABC* со стороной $a$ описан около окружности, а правильный треугольник *MNK* со стороной $a_1$ вписан в неё. $R$ – радиус этой окружности. Окружность вписана в треугольник *ABC*, и по свойствам правильного треугольника $R = \dfrac{\sqrt{3}}{6}a$, а т.к. она описана около правильного треугольника *MNK*, то $R = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a_1$. Поэтому $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{6}a \Leftrightarrow \dfrac{a_1}{a} = \dfrac{1}{2}$.




2.2. <u>Шестиугольники</u>. На рисунке изображён правильный шестиугольник со стороной *AB*, описанный около окружности и шестиугольник со стороной *HK*, вписанный в эту же окружность. Большие диагонали шестиугольника разбивают его на 6 равных правильных треугольников. Один из таких треугольников для описанного шестиугольника окрашен в жёлтый цвет, а для вписанного – в голубой.
$H$ – точка касания стороны *AB* описанного шестиугольника и вписанной в него окружности, значит $OH \perp AB$ и является высотой правильного треугольника $OAB$ $OH = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot AB$. Радиус окружности, описанной около правильного шестиугольника равен стороне этого шестиугольника:

$$OH = HK \Rightarrow HK = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AB \Rightarrow HK : AB = \sqrt{3} : 2.$$