

Дано:

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелепипед

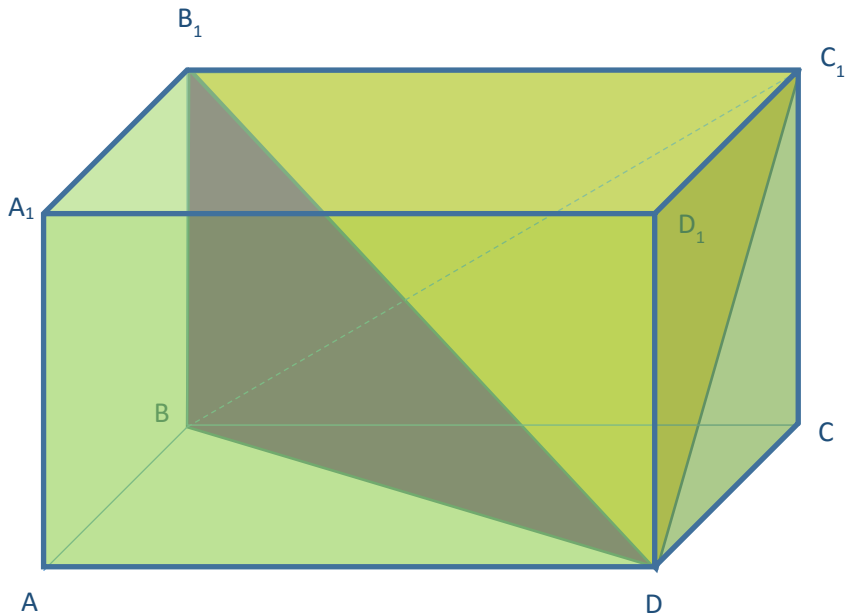
$AB = 3$

$AD = 2$

$AA_1 = 6$

Найти: объем $DBB_1 C_1$

Решение:



$DBB_1 C_1$ – треугольная пирамида с основанием DBB_1 и вершиной C_1 .

Объем пирамиды равен:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$$

Проведем высоту h из вершины C_1 . Основание лежит в плоскости $DBB_1 D_1$. Эта плоскость перпендикулярна плоскости $A_1 B_1 C_1 D_1$, следовательно, высота пойдет по плоскости $A_1 B_1 C_1 D_1$ и будет перпендикулярна $B_1 D_1$

Треугольники $B_1 C_1 D_1$ и $B_1 C_1 F$ подобны, т.к. оба прямоугольные и имеют общий угол B_1 . Значит

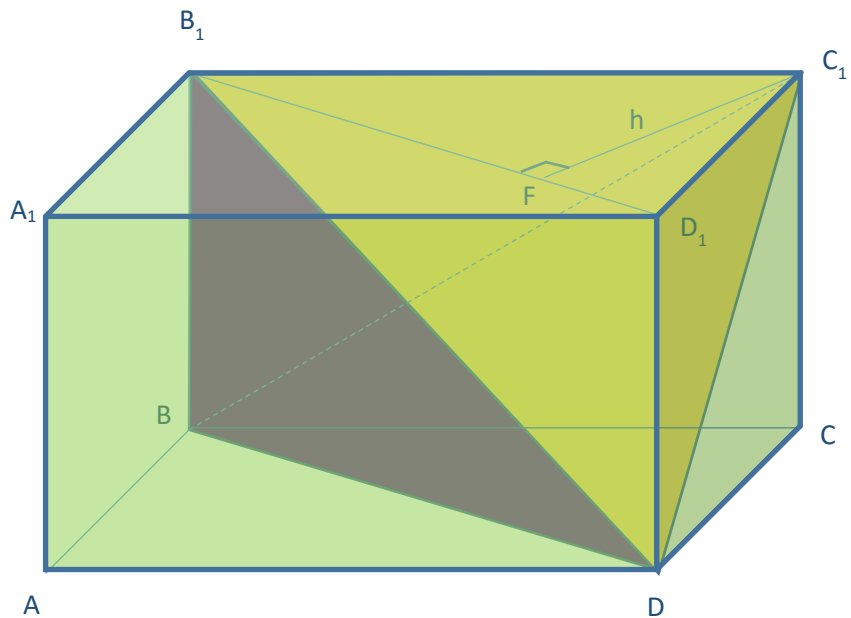
$$\frac{h}{B_1 C_1} = \frac{D_1 C_1}{B_1 D_1}$$
$$h = \frac{D_1 C_1 \cdot B_1 C_1}{B_1 D_1} = \frac{AB \cdot AD}{BD}$$

BD находим как гипотенузу прямоугольного треугольника ABD по теореме Пифагора

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2}$$

Тогда

$$h = \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}}$$



Основанием пирамиды является прямоугольный треугольник BDB_1 . Его площадь

$$S_{\text{осн}} = \frac{1}{2} BB_1 \cdot BD = \frac{1}{2} AA_1 \cdot \sqrt{AB^2 + AD^2}$$

Окончательно получаем

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AA_1 \cdot \sqrt{AB^2 + AD^2} \cdot \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{1}{6} AA_1 \cdot AB \cdot AD$$

Вычисляем

$$V = \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 3 \cdot 2 = 6$$

Ответ: 6 куб.ед.