

Область допустимых значений: $a \neq 1$. Умножим обе части уравнения на $(a-1)^2$.

$$\begin{aligned}\frac{a}{a-1} \left(x - \frac{1}{a-1} \right) &= \frac{4x}{a-1} + \frac{2}{(a-1)^2} \\ ax(a-1) - a &= 4x(a-1) + 2 \\ (a-1)ax - 4x(a-1) &= a+2 \\ x(a-1)(a-4) &= a+2 \\ x &= \frac{a+2}{(a-1)(a-4)}\end{aligned}$$

Уравнение корней не имеет в данном случае тогда, когда в правой части последнего равенства знаменатель дроби обращается к нулю.

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 4$$

Сумма найденных значений: $m = 4 + 1 = 5$, количество найденных значений параметра — 2. Тогда $mn = 5 \cdot 2 = 10$

Ответ: 10.