

$$(8x+3)^2 - x^4 = 8x^2 + 16$$

$$(8x+3)^2 - x^4 - 8x^2 - 16 = 0$$

Произведем замену переменных.

$$\text{Пусть } A=8x+3; B=x^2$$

В результате .

$$A^2 - B^2 - 8B - 16 = 0$$

$$A^2 + (-B^2 - 8B - 16) = 0$$

$$A^2 - (B^2 + 8B + 16) = 0$$

$$A^2 - (B+4)^2 = 0$$

$$(A-B-4)(A+(B+4)) = 0$$

$$(A-B-4)(A+B+4) = 0$$

Следующее уравнение равносильно предыдущему.

$$((8x+3) - x^2 - 4)((8x+3) + x^2 + 4) = 0$$

$$(8x+3-x^2-4)(8x+3+x^2+4) = 0$$

решение разбивается на отдельные случаи.

Случай 1 .

$$8x+3-x^2-4=0$$

$$8x+3-4-x^2=0$$

$$8x-1-x^2=0$$

$$-x^2+8x-1=0$$

$$x^2-8x+1=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=(-8)^2-4\cdot 1\cdot 1=60$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1=\frac{8-2\sqrt{15}}{2\cdot 1}=4-\sqrt{15}; x_2=\frac{8+2\sqrt{15}}{2\cdot 1}=4+\sqrt{15}$$

Случай 2 .

$$8x+3+x^2+4=0$$

$$8x+3+4+x^2=0$$

$$8x+7+x^2=0$$

$$x^2+8x+7=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=8^2-4\cdot 1\cdot 7=36$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1=\frac{-8-6}{2\cdot 1}=-7; x_2=\frac{-8+6}{2\cdot 1}=-1$$

ответ: $x=-7; x=-1; x=4-\sqrt{15}; x=4+\sqrt{15}$.