

Тест состоит из 30 заданий. Время выполнения — 180 минут

1. Сколько решений имеет система $\begin{cases} xy = 6, \\ x + y = 5? \end{cases}$

1. ☐ 0 2. ☐ 1 3. ☒ 2 4. ☐ 3

2. Тонна винограда имеет влажность 99%. Во время хранения виноград подсох и его влажность составила 98%. Какова масса подсохшего винограда?

1. ☒ 500кг 2. ☐ 700кг 3. ☐ 900кг 4. ☐ 980кг 5. ☐ 990кг

3. Чему равно произведение всех корней уравнения $\sin(x + 1) = 0$, принадлежащих промежутку $-5 < x < 3$?

1. ☐ π^2 2. ☒ $\pi^2 - 1$ 3. ☐ $\pi^2 + 1$ 4. ☐ $\pi^3 + 1$ 5. ☐ $\pi^3 - 1$

4. Определить множество значений функции $x + \sin x$ на промежутке $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$?

1. ☒ $[-\frac{1}{2}\pi - 1, \frac{1}{2}\pi + 1]$ 2. ☐ $[0, \frac{1}{2}\pi + 1]$ 3. ☐ $[-\pi - 1, \pi + 1]$
4. ☐ $[-\frac{1}{2}\pi - 1, 0]$ 5. ☐ $[-\frac{1}{2}\pi + 1, \frac{1}{2}\pi - 1]$

5. Найти значение выражения $\frac{a^4 - b^4}{a^3 - b^3} \cdot \frac{a^2 + ab + b^2}{a + b}$ при $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{7}$.

1. ☐ 4 2. ☒ 10 3. ☐ $\sqrt{7} - \sqrt{3}$ 4. ☐ $\sqrt{7} + \sqrt{3}$ 5. ☐ $\sqrt{21}$

6. Найти наименьшее значение функции $\log_3(x^2 - 4x + 13)$ на промежутке $[0; 5]$.

1. ☐ $\log_3 2$ 2. ☐ 1 3. ☐ $\log_3 5$ 4. ☒ 2 5. ☐ $\log_3 13$

7. Найти длину промежутка, являющегося множеством значений функции $y = 4^{\sin x}$ при $x \in [\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}]$.

1. ☐ $[4; 16]$ 2. ☐ $[2; 16]$ 3. ☐ $[1; 4]$ 4. ☐ $[1; 2]$ 5. ☒ $[2; 4]$

8. Найти количество корней уравнения $\sqrt{2} \sin^3 x - \sqrt{2} \sin x + \cos^2 x = 0$, принадлежащих промежутку $[-\frac{5\pi}{2}; \pi]$.

1. ☐ 2 2. ☐ 4 3. ☐ 5 4. ☐ 6 5. ☒ 8

9. Цена 1 кг товара первого сорта на 10% ниже цены 1кг аналогичного товара высшего сорта. В результате сезонных изменений цены товар 1-го сорта сначала подорожал на 10%, а потом подешевел на 20%, а товар высшего сорта сначала подорожал на 10%, а потом подешевел на 10%. На сколько процентов цена товара высшего сорта выше цены товара 1 сорта после сезонных изменений цены?

1. ☐ 16% 2. ☐ 21% 3. ☒ 25% 4. ☐ 28% 5. ☐ 32%

10. Сергей положил в банк некоторую сумму денег под 10% годовых на 3 года и по истечению срока вклада получил из банка 15972 рубля. Чему равна сумма первоначального вноса?

1. ☐ 11000 2. ☒ 12000 3. ☐ 13000
4. ☐ 14000 5. ☐ 15000

11. Чему равна высота прямоугольного треугольника с катетами 5 и 12, опущенная на гипотенузу?

1. ☒ $4\frac{8}{13}$ 2. ☐ $3\frac{6}{13}$ 3. ☐ $4\frac{5}{12}$ 4. ☐ $4\frac{7}{12}$ 5. ☐ 6

12. Укажите множество значений параметра $k > 0$, при котором система

$$\begin{cases} y = \sqrt{k - x^2}, \\ xy = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

1. ☐ $k \in [1; 3]$ 2. ☐ $k \in \{1, 2, 3\}$ 3. ☒ $k = 2$
4. ☐ $k \in \{1, 3\}$ 5. ☐ $k = 1$

13. Найти сумму всех целых чисел, лежащих в области определения функции $y = \sqrt{\frac{4-x}{(x-1)|x-3|}}$.

1. ☐ 3 2. ☐ 4 3. ☐ 5 4. ☒ 6 5. ☐ 8

14. Чему равна разность арифметической прогрессии $a_1, a_2, \dots$, если верны равенства $a_1 + a_2 + a_6 = 5,1$ и $a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = 8$?

1. ☐ 0,09 2. ☒ 0,10 3. ☐ 0,11 4. ☐ 0,12 5. ☐ 0,13

15. Укажите количество корней уравнения $\sin(\pi x) = \frac{3}{2} \operatorname{tg}^2(\pi x)$ на интервале $x \in (0, 5; 1, 5)$.

1. ☒ 1 2. ☐ 2 3. ☐ 3 4. ☐ 4

16. Бак для воды имеет форму прямоугольного параллелепипеда и сделан из стального листа фиксированной толщины. Площадь основания равна $0,16 \text{ м}^2$, а предполагаемый объем равен 80 литров. Какие надо выбрать стороны бака, чтобы вес пустого бака был минимальным?

1. ☐ $4 \text{ дм} \times 5 \text{ дм} \times 5 \text{ дм}$ 2. ☒ $4 \text{ дм} \times 4 \text{ дм} \times 5 \text{ дм}$ 3. ☐ $2 \text{ дм} \times 8 \text{ дм} \times 5 \text{ дм}$
4. ☐ $5 \text{ дм} \times 5 \text{ дм} \times 5 \text{ дм}$ 5. ☐ $10 \text{ дм} \times 5 \text{ дм} \times 1 \text{ дм}$

17. Из бассейна с водой выходят 2 трубы. Если открыть обе трубы, то вода из полного бассейна вытечет за 20 часов. Если открыть только первую трубу, то вода вытечет за 25 часов. За сколько времени вытечет вода, если открыть только вторую трубу?

1. ☐ 5 2. ☐ 10 3. ☐ 45 4. ☐ 80 5. ☒ 100

18. Найти целую часть наибольшего корня уравнения $x^3 - 10x^2 + 17x = 0$?

1. ☐ 5 2. ☐ 6 3. ☒ 7 4. ☐ 8 5. ☐ 9

19. Чему равен остаток от деления на 5 целочисленной суммы всех корней уравнения $|x^2 - 12x + 27| = x$?

1. ☐ 0 2. ☐ 1 3. ☐ 2 4. ☐ 3 5. ☒ 4

20. При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} xy = a, \\ 2x + b^2y = 3 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение при любом значении параметра b ?

1. ☐ $a = 0$ 2. ☐ $a > 0$ 3. ☐ $a < 0$ 4. ☐ $a \geq 0$ 5. ☒ $a \leq 0$

21. У правильной четырехугольной пирамиды площадь боковой поверхности в два раза больше площади основания. Найти отношение высоты пирамиды к боковой стороне.

1. ☐ $\frac{1}{2}$ 2. ☒ $\sqrt{\frac{3}{5}}$ 3. ☐ $\sqrt{\frac{5}{3}}$ 4. ☐ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 5. ☐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

22. Чему равна площадь восьмиугольника, вершины которого являются решениями системы уравнений $\begin{cases} |x| + |y| = 7, \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$?

1. ☐ 48 2. ☐ 54 3. ☐ 58 4. ☒ 62 5. ☐ 66

23. Найти сумму квадратов корней уравнения $x^2 + 4x - 3 = 0$.

1. ☐ 18 2. ☒ 22 3. ☐ 26 4. ☐ 28 5. ☐ 30

24. Сколько целочисленных решений имеет неравенство $\log_2(5 - 4x - x^2) < \log_2(x^2 + 7)$?

1. ☐ 1 2. ☐ 2 3. ☐ 3 4. ☒ 4 5. ☐ 5

25. Найти производную функции $y = \sin(3x) + x^2 + 2x - 1$ в точке $x = 0$.

1. ☐ 1 2. ☐ 2 3. ☐ -2 4. ☐ 3 5. ☒ 5

26. При каких значениях параметра a уравнение $ax^2 + 2\sqrt{2}x - (a + 3)$ имеет ровно одно решение?

1. ☒ $\{-2; -1; 0\}$ 2. ☐ $\{-1; 0; -2\}$ 3. ☐ $\{0; 1; 2\}$
4. ☐ $\{0\}$ 5. ☐ $\{1; 2\}$

27. Смешали две банки с растворами соляной кислоты: первая банка в 2 раза больше второй, в первой банке раствор 15%, во второй — 30%. Сколько процентов кислоты содержится в новом растворе?

1. ☐ 10% 2. ☐ 15% 3. ☒ 20% 4. ☐ 25% 5. ☐ 30

28. Сколько решений имеет уравнение $|x^2 - 6x - 23| = 7$?

1. ☐ 2 2. ☐ 3 3. ☒ 4 4. ☐ 5 5. ☐ 6

29. Купец продает 3 аршина красного сукна и 4 аршина зелёного сукна за 31 гульден или 4 аршина красного сукна и 3 аршина зелёного сукна за 32 гульдена. За сколько гульденов он продаст 14 аршин красного сукна и 11 аршин зелёного?

1. ☐ 102 2. ☐ 104 3. ☐ 108 4. ☒ 114 5. ☐ 118

30. Какое максимальное количество решений имеет система

$$\begin{cases} |xy| = M, \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4 \end{cases}$$

при различных значениях параметра M ?

1. ☐ 4 2. ☐ 5 3. ☐ 6 4. ☐ 7 5. ☒ 8