**Дан треугольник ABC с вершиной A(2;1) B(5;9) , C(8;3).**

**Найти:**

1. **медиану BM.**

 **Находим координаты точки М как середину отрезка АС.**

**М =((2+8)/2; (1+3)/2) = (5; 2).**

**Длина медианы ВМ = √(5-5)² + (2-9)²) = √(0 + 49) = 7.**

**Так как разность координат по оси Ох между точками В и М равна 0, то медиана ВМ – вертикальная линия с уравнением х = 5.**

1. **точку пересечения медиан.**

Определить координаты этой точки можно, вычислив среднее арифметическое соответствующих координат всех трех вершин треугольника.

Получаем координаты этой точки (она же является центром тяжести):

x0 = (xa + xb + xc)/3 = (2 + 5 + 8)/3 = 5;

y0 = (ya + yb + yc)/3 = (1 + 9 + 3)/3 = 13/3.

Точка пересечения медиан (5; 13/3).

1. **высоту AH.**

Уравнение прямой ВС проходящей через две точки, заданных своими координатами, имеет вид:

(x - xb)/(xc - xb) = (y - yb)/(yc - yb). Подставим координаты точек В и C в формулу:

(x – 5))/(8 - 5) = (y - 9)/(3 - 9); (x - 5)/3 = (y - 9)/(-6); -6x + 30 = 3y - 27; 6x + 3y - 57 = 0,

2х + у - 19 = 0.

Теперь воспользуемся формулой нахождения расстояния от заданной точки до прямой, заданной своим уравнением:

 h = |A \* Ax + B \* Ay + C|/(√(A2 + B2), где в нашем примере A = 2, B = 1, C = -19.

 h = |2\*2 + 1\*1 - 19|/√(4 + 1) = 14/√5 ≈ 6,26099.

В уравнении перпендикуляра к прямой в виде Ах + Ву + С = 0 коэффициенты А и В меняются на В и (-А) или (-В) и А.

Получаем для АН как перпендикуляра к ВС: х – 2у + С = 0. Для определения параметра С подставим координаты точки А(2; 1).

2 – 2\*1 + С = 0, отсюда С = 0, а уравнение высоты АН: х – 2у = 0.

1. **биссектрису CL. Сначала находим длины сторон треугольника.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Расчет длин сторон |  |  |
| АВ = | √((Хв-Ха)²+(Ув-Уа)²) = | 8,544003745 | = √73, |
| BC = | √((Хc-Хв)²+(Ус-Ув)²) = | 6,708203932 | = √45, |
| AC = | √((Хc-Хa)²+(Ус-Уa)²) = | 6,32455532 | = √40. |
| **Длины биссектрис:** |  |  |
| АА₃ = | √(АВ\*АС\*((АВ+АС)²-ВС²)) | = | 6,5603122 |
| АВ+АС |
|   |  |  |   |   |  |
| ВВ₃ = | √(АВ\*ВС\*((АВ+ВС)²-АС²)) | = | 6,8891067 |
| АВ+ВС |
|  |  |  |  |  |  |
| CC₃ = CL | √(АС\*ВС\*((АС+ВС)²-АВ²) | = | 4,9185589 |
| АС+ВС |

Если прямые заданы уравнением общего вида akx+bky+ck=0=0, то уравнение двух биссектрис (пары смежных углов) можно находить в виде

(a1x+b1y+c)/√(a12+b12) = ±(a2x+b2y+c2)/√(a22+b22).

Для выбора нужной биссектрисы можно использовать условие, что точки на сторонах угла лежат по разные стороны... то есть при подстановке в уравнение общего вида дадут значения разных знаков.

Подставим данные прямых АС и ВС.

Уравнение прямой ВС по пункту 3: 2х + у - 19 = 0.

Аналогично находим уравнение АС по точкам **A(2;1), C(8;3).**

(x – 2))/(8 - 2) = (y - 1)/(3 - 1); (x - 2)/6 = (y - 1)/2; 2x - 4 = 6y - 6; 2x - 6y + 2 = 0.

АС: х - 3у + 1 = 0.

(2х + у – 19)/√(4 + 1) = +-(х - 3у + 1)/√(1 + 9).

(2х + у – 19)/√5 = +-(х - 3у + 1)/√10.

(2х + у – 19)/1 = +-(х - 3у + 1)/√2.

Можно определить точку пересечения биссектрисы угла С со стороной АВ, используя свойство биссектрисы и координаты точек **A(2;1), B(5;9), C(8;3)**.

AL/LB = AC/BC.

AL/LВ = √40/√45 = √(40/45) = √(8/9) = 2√2/3.

λ = 2√2/3.
Применяем формулу нахождения координат точки, делящей отрезок в данном отношении
xL=(xA+ λ xB)/(1+ λ )
yL=(yA+ λ yB)/(1+ λ )

xL=(2+(2√2/3)·5)/(1+(2√2/3))=(6 +10√2)/(3 + 2√2) ≈ 3,455844.

yL=(1+(2√2/3)·9)/(1+(2√2/3))=(3 +18√2)/(3 + 2√2) ≈ 4,882251.

Координаты точки L: (3,455844; 4,882251).

Уравнение прямой СL проходящей через две точки, заданных своими координатами, имеет вид:

(x – xC)/(xL – xC) = (y – yC)/(yL – yC). Подставим координаты точек C и L в формулу:

(x – 8))/(3,455844 - 8) = (y - 3)/(4,882251- 3);

(x - 8)/ (-4,544156) = (y - 3)/(1,882251);

1,882250994x - 15,05800795 = -4,544155877 y + 13,63246763,

1,882250994x + 4,544155877y - 28,69047558 = 0.

Это же уравнение можно выразить с угловым коэффициентом.

у = -0,414213562х + 6,313708499.

1. **угол BAC. Находим векторы АВ и АС по координатам A(2;1) B(5;9) , C(8;3).**

**АВ = ((5-2; 9-1)) = (3; 8). Модуль равен** √(9 + 64) = √73.

**АС = ((8-2; 3-1)) = (6; 2). Модуль равен** √(36 + 4) = √40 = 2√10.

**Находим косинус угла:**

**cos(BAC) = (3\*6 + 8\*2)/(**√73\*2√10) = 34/(2√730) = 17/√730 ≈ 0,629198.

Угол ВАС = arccos(17/√73) = 0,890275102 радиан или 51,00900596 градуса.

1. **среднюю линию KL параллельную AC.**

**Находим координаты точек K и L как середины сторон АВ и ВС по точкам A(2;1), B(5;9), C(8;3).**

**К = ((2+5)/2; (1+9)/2) = (3,5; 5),**

**L = ((5+8)/2; (9+3)/2) = (6,5; 6).**

Подставим координаты точек K и L в формулу по пункту 3:

(x – 3,5))/6,5 – 3,5) = (y - 5)/(6 - 5); (x – 3,5)/3 = (y - 5)/1; x – 3,5 = 3y – 15.

Получили уравнение KL: x – 3y – 11,5 = 0.

Длина **KL равна половине стороны АС =** √40/2 = √10 (по пункту 4).



|  |
| --- |
|  |