

$$\log_{x^2-2}(x^4-4) = 2 + \log_{x^2-2}3$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x^2 - 2 > 0 \\ x^2 - 2 \neq 1 \\ x^4 - 4 > 0 \end{cases} \quad x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$$

$$\log_{x^2-2}(x^4-4) = 2\log_{x^2-2}(x^2-2) + \log_{x^2-2}3$$

$$\log_{x^2-2}(x^4-4) = \log_{x^2-2}(x^2-2)^2 + \log_{x^2-2}3$$

$$\log_{x^2-2}(x^4-4) = \log_{x^2-2}(3(x^2-2)^2)$$

$$x^4-4 = 3(x^2-2)^2$$

$$x^4-4 = 3(x^4-4x^2+2)$$

$$x^4-4 = 3x^4-12x^2+6$$

$$2x^4-12x^2+10=0$$

$$x^4-6x^2+5=0$$

Введем замену переменной $x^2 = t$

$$t^2 - 6t + 5 = 0$$

$$D = 36 - 20 = 16$$

$$t_1 = \frac{6-4}{2} = 1$$

$$t_2 = \frac{6+4}{2} = 5$$

Вернемся к замене переменной $x^2 = 1$

$x_1 = 1$ не удовлетворяет ОДЗ

$x_2 = -1$ не удовлетворяет ОДЗ

$$x^2 = 5$$

$$x_1 = \sqrt{5}$$

$$x_2 = -\sqrt{5}$$

Ответ $x_1 = \sqrt{5}$ $x_2 = -\sqrt{5}$