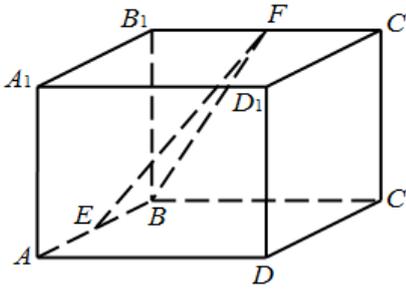


1) В правильном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AA_1=4$, $A_1 D_1=6$, $C_1 D_1=6$, найдите тангенс угла между плоскостью ADD_1 и прямой EF , проходящей через середины рёбер AB и $B_1 C_1$.



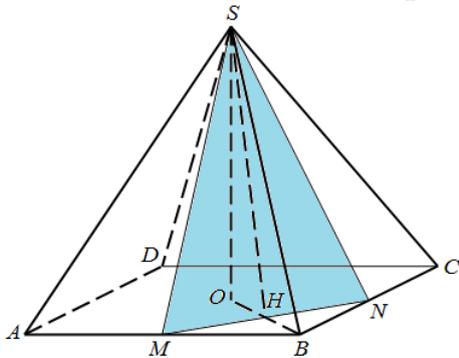
Плоскость ADD_1 параллельна плоскости BCC_1 . Поэтому угол между прямой EF и плоскостью ADD_1 равен углу между прямой EF и плоскостью BCC_1 . $AB \perp BCC_1$, значит, B – проекция точки E на плоскость BCC_1 , а BF – проекция прямой EF на эту же плоскость. По определению, угол между прямой и плоскостью – это угол между самой прямой и её проекцией на эту плоскость, т.е. угол между прямой EF и плоскостью BCC_1 – это EFB .

$AB \perp BCC_1 \Rightarrow BE \perp BF$ и $\operatorname{tg}(\angle EFB) = \frac{BE}{BF}$. $AB = C_1 D_1 = 6 \Rightarrow BE = \frac{AB}{2} = 3$.

Остаётся найти BF . Из прямоугольного треугольника $BB_1 F$ по теореме Пифагора $BF^2 = BB_1^2 + B_1 F^2$. $BB_1 = AA_1 = 4$; $B_1 C_1 = A_1 D_1 = 6 \Rightarrow B_1 F = \frac{B_1 C_1}{2} = 3$. Поэтому

$BF^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow BF = 5$ и $\operatorname{tg}(\angle EFB) = \frac{BE}{BF} = \frac{3}{5}$ – он же тангенс угла плоскостью ADD_1 и прямой EF .

2) В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ проведено сечение через середины рёбер AB и BC и вершину S . Найдите площадь этого сечения, если боковое ребро пирамиды равно 5, а сторона основания равна 4.



M – середина AB , N – середина BC . $\Rightarrow BM = BN = 2$. SM – медиана равнобедренного треугольника ASM и, значит, высота этого треугольника. По теореме Пифагора $SM^2 + BM^2 = SB^2 \Leftrightarrow SM^2 = SB^2 - BM^2$.

$$SM^2 = 5^2 - 2^2 = 21 \Rightarrow SM = \sqrt{21}.$$

Аналогично, $SN = \sqrt{21}$.

Опять же по теореме Пифагора:

$$MN^2 = BM^2 + BN^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \Rightarrow MN = 2\sqrt{2}.$$

SH – высота равнобедренного треугольника $MSN \Rightarrow SH$ – медиана треугольника MSN , т.е. $MH = HN = \frac{MN}{2} = \sqrt{2}$. Снова по теореме Пифагора $SH^2 + MH^2 = SM^2$

$$\text{или } SH^2 = SM^2 - MH^2 = 21 - 2 = 19 \Rightarrow SH = \sqrt{19}.$$

$$\text{Площадь сечения } MSN: S = \frac{MN \cdot SH}{2} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{19}}{2} = \sqrt{38}.$$

На чертеже линии SO и BO – лишние!!!