

Находим первую производную функции:

$$y' = (x-7)^2 e^{x-8} + (2x-14) * e^{x-8}$$

или

$$y' = (x-7) * (x-5) * e^{x-8}$$

Приравниваем ее к нулю:

$$(x-7) * (x-5) * e^{x-8} = 0$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = 7$$

Вычисляем значения функции

$$f(5) = \frac{4}{e^3}$$

$$f(7) = 0$$

$$f_{\min} = 0, f_{\max} = \frac{4}{e^3}$$

Используем достаточное условие экстремума функции одной переменной.

Найдем вторую производную:

$$y'' = (x-7)^2 e^{x-8} + 2(2x-14) * e^{x-8} + 2e^{x-8}$$

или

$$y'' = (4x + (x-7)^2 - 26) * e^{x-8}$$

Вычисляем:

$$y''(5) = -\frac{2}{e^3} < 0$$

значит эта точка - максимума функции.

$$y''(7) = \frac{2}{e} > 0$$

значит эта точка - минимума функции.