

2.45*. Материальная точка массой $m = 2$ кг движется под действием некоторой силы F согласно закону: $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $C = 1$ м/с², $D = -0,2$ м/с³. Найти значение этой силы в моменты времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 5$ с. В какой момент времени сила равна нулю?

Ускорение есть вторая производная от координаты. Находим ускорение

$$a = x'' = (A + Bt + Ct^2 + Dt^3)'' = (B + 2Ct + 3Dt^2)' = 2C + 6Dt$$

$$a = 2 - 1.2t$$

Находим значения ускорения в данные моменты времени

$$a_1 = 2 - 1.2 \cdot 2 = -0,4 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

$$a_2 = 2 - 1.2 \cdot 5 = -4 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

Значение силы находим по второму закону Ньютона

$$F = ma$$

$$F_1 = ma_1 = 2(-0.4) = -0.8 \text{ (Н)}$$

$$F_2 = ma_2 = 2(-4) = -8 \text{ (Н)}$$

(знак учитывать не будет, т.к. речь идет лишь о величине силы)

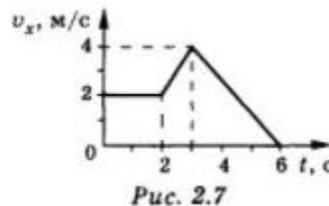
Когда сила равна нулю, то нулю равно и ускорение тела, следовательно

$$2 - 1.2t = 0$$

$$t = \frac{2}{1.2} \approx 1.67 \text{ (с)}$$

Ответ: 0,8 Н; 8 Н; 1,67 с

2.46. На тело действует единственная сила, причем график зависимости проекции скорости от времени $v_x(t)$ представлен на рисунке 2.7. Построить график зависимости проекции силы от времени $F_x(t)$ для данного движения тела. Масса тела $m = 0,5$ кг.



На первом участке тело движется с постоянной скоростью 2 м/с. Значит

$$a_1 = 0$$

По второму закону Ньютона

$$F_1 = ma_1 = 0$$

На втором участке скорость меняется от 2 м/с до 4 м/с за 1 с. Находим ускорение и силу

$$a_2 = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{4 - 2}{1} = 2 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

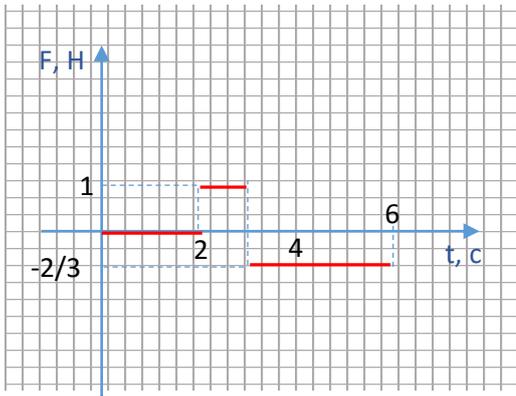
$$F_2 = ma_2 = 0.5 \cdot 2 = 1 \text{ (Н)}$$

На третьем участке скорость меняется от 4 м/с до 0 за 3 с. Находим ускорение и силу

$$a_3 = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{0 - 4}{3} = -\frac{4}{3} \text{ (м/с}^2\text{)}$$

$$F_2 = ma_2 = -0.5 \cdot \frac{4}{3} = -\frac{2}{3} \text{ (Н)}$$

Строим график



2.47*. Зависимость от времени координат двух тел одинаковой массы $m = 5$ кг определяется уравнениями: $x_1 = B_1 t - C_1 t^2$ и $x_2 = B_2 t^2 - C_2 t^3$, где $B_1 = 40$ м/с, $C_1 = 4$ м/с², $B_2 = 12$ м/с², $C_2 = 1,6$ м/с³. Найти для каждого тела время движения и путь, пройденный до остановки. Построить график зависимости сил от времени на данных отрезках пути.

$$x_1 = 40t - 4t^2$$

$$x_2 = 12t^2 - 1.6t^3$$

Скорость есть первая производная от координаты

$$v_1 = x_1' = 40 - 8t$$

$$v_2 = x_2' = 24t - 4.8t^2$$

В момент остановки скорость равна нулю. Следовательно

$$40 - 8t_1 = 0$$

$$t_1 = 5 \text{ (с)}$$

$$24t_2 - 4.8t_2^2 = 0$$

$$t_2(24 - 4.8t_2) = 0$$

$$t_{2,1} = 0$$

$$t_{2,2} = 5 \text{ (с)}$$

Первое найденное значение соответствует началу движения, поэтому в ответ возьмем только второе значение.

Пройденный путь в нашем случае равен разности координат

$$s_1 = |(40t_1 - 4t_1^2) - 0| = 40 \cdot 5 - 4 \cdot 5^2 = 100 \text{ (м)}$$

$$s_2 = |(12t_2^2 - 1.6t_2^3) - 0| = |12 \cdot 5^2 - 1.6 \cdot 5^3| = 100 \text{ (м)}$$

Ускорение есть производная скорости

$$a_1 = (40 - 8t)' = -8 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

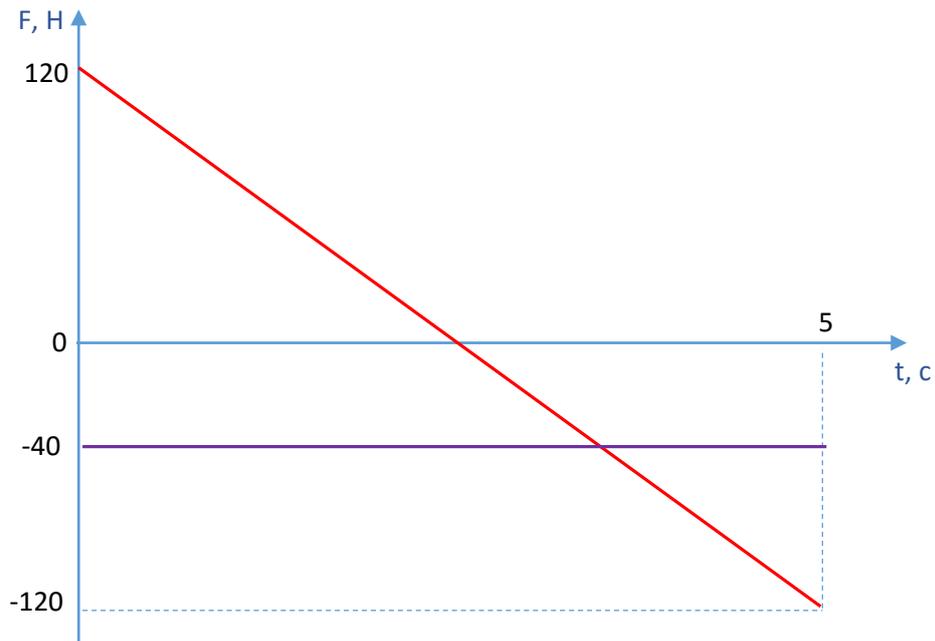
$$a_2 = (24t - 4.8t^2)' = 24 - 9.6t$$

По второму закону Ньютона

$$F_1 = ma_1 = 5(-8) = -40 \text{ (Н)}$$

$$F_2 = ma_2 = 5(24 - 9,6t) = 120 - 48t$$

Строим графики сил ($F_2(5)=-120$):



Ответ: 5 с; 100 м; 5 с; 100 м