

наименьшее значение, равное 0, при $x=0$. Наибольшее значение этой функции — наибольшее из чисел $y(-2)$ и $y(\frac{1}{2})$.

Так как $y(-2) = (-2)^6 = 64$, $y(\frac{1}{2}) = (\frac{1}{2})^6 = \frac{1}{64}$, то $y(-2) > y(\frac{1}{2})$. Наибольшее значение равно 64. ◀

Задача 2. Построить график функции $y = -(x-1)^5 + 2$.

Областью определения функции является множество действительных чисел. Строим график функции $y = -x^5$, осуществляем сдвиг вдоль оси абсцисс на 1 единицу вправо и вдоль оси ординат на 2 единицы вверх. График изображён на рисунке 66. ◀

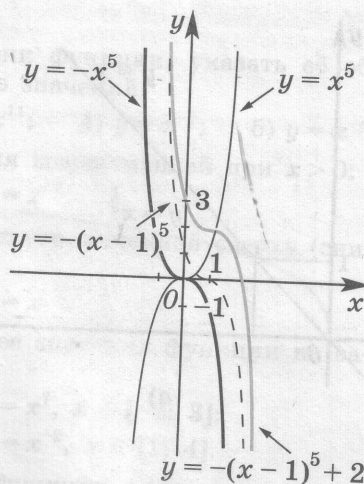


Рис. 66

Задача 3. Решить неравенство: 1) $x^{\frac{1}{3}} > x$; 2) $x^{\frac{4}{3}} > x$.

1) Неравенство $x^{\frac{1}{3}} > x$ имеет смысл при $x \geq 0$. При $x=0$ неравенство не выполняется. При $x > 0$, возводя неравенство в куб, получаем $x > x^3$, т. е. $x(1-x^2) > 0$. Так как $x > 0$, то и $1-x^2 > 0$, откуда $x^2 < 1$; $|x| < 1$. Следовательно, $0 < x < 1$.

2) Возводя неравенство $x^{\frac{4}{3}} > x$ при $x > 0$ в куб, получаем $x^4 > x^3$, т. е. $x^3(x-1) > 0$. Так как $x > 0$, то и $x-1 > 0$, т. е. $x > 1$. ◀

Решение этой задачи показывает, что график функции $y = x^{\frac{1}{3}}$ лежит выше графика функции $y = x$ при $0 < x < 1$ и ниже при $x > 1$ (рис. 67, а); график функции $y = x^{\frac{4}{3}}$ лежит выше графика функции $y = x$ при $x > 1$ и ниже при $0 < x < 1$ (рис. 67, б).

Задача 4. Сравнить числа $(3,2)^{3-\pi}$ и $(3,5)^{3-\pi}$.

▶ Так как $3 < \pi < 4$, то $3-\pi < 0$. Функция $y = x^{3-\pi}$ убывает на промежутке $x > 0$. Поэтому $(3,2)^{3-\pi} > (3,5)^{3-\pi}$. ◀

Задача 5. Найти точки пересечения графиков функций

$$y = \sqrt[3]{x} \text{ и } y = x^{\frac{4}{3}}.$$

▶ Для нахождения точек пересечения этих графиков решим уравнение $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{4}{3}}$. Левая часть этого уравнения имеет смысл при всех x , а правая — только при $x \geq 0$.