*Дана функция* y(x) = 3x3 – x.

1) Область определения функции. Так как функция не имеет дроби или корня, то нет ограничения в области её определения.

D(y) = (−∞; +∞).

2) Четность и нечетность функции:

Проверим функцию - четна или нечетна с помощью соотношений f(x)=f(-x) и f(x)=-f(x). Итак, проверяем: $f\left(-x\right)=3\left(-x\right)^{3}-\left(-x\right)=-3x^{3}+x\ne f\left(x\right)\ne -f\left(x\right).$

3начит, функция не является ни чётной, ни нечётной.

3) Определим точки пересечения графика функции с осями координат.

Найдем точки пересечения с осью ординат Oy, для чего приравниваем x = 0: у = 3\*03 – 0 = 0.

Таким образом, точка пересечения с осью Oy имеет координаты (0;0).

Найдем точки пересечения с осью абсцисс Ox, для чего надо решить кубическое уравнение 3x3 – x = 0 или х(3х2 – 1) = 0.

x1= 0; x2 = √(1/3).

4) Стационарные точки , интервалы возрастания и убывания функции , экстремумы функции

Исследуем функцию на экстремумы и монотонность. Для этого найдем первую производную функции: y’ = (3x3 – x)’ = 9x2 – 1 = (3x – 1)(3х + 1).

Приравняем первую производную к нулю и найдем стационарные точки (в которых y′=0): 3x – 1 = 0, x = 1/3, 3x + 1 = 0, x = -1/3.

Получили две критических точки:  х = -1/3 и х = 1/3.

Разобьем всю область определения функции на интервалы данными точками и определим знаки производной в каждом промежутке:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x = | -1 | -1/3 | 0 | 1/3 | 1 |
| y' = | 8 | 0 | -1 | 0 | 8 |

При x ∈ (−1/3; 1/3) производная y′ < 0, поэтому функция убывает на данном промежутке.

При x ∈ (-∞; -1/3) U (1/3; ∞) производная y′ > 0, функция возрастает на данных промежутках. При этом x = -1/3 - точка локального максимума (функция возрастает, а потом убывает, x = 1/3 - точка локального минимума (функция убывает, а потом возрастает.

Значение функции в этих точках: у(-1/3) = 2/9, у(1/3) = -2/9.

5) Дополнительные точки для построения графика функции y(x) = 3x3 − x:

|  |  |
| --- | --- |
| **x** | **y** |
| -1.4 | -6.83 |
| -1.2 | -3.98 |
| -1.0 | -2 |
| -0.8 | -0.74 |
| -0.6 | -0.05 |
| -0.4 | 0.21 |
| -0.2 | 0.18 |
| 0 | 0 |
| 0.2 | -0.18 |
| 0.4 | -0.21 |
| 0.6 | 0.05 |
| 0.8 | 0.74 |
| 1.0 | 2 |
| 1.2 | 3.98 |
| 1.4 | 6.83 |

6) По полученным данным строим график, и отметим характерные точки (пересечения с осями и экстремумы).

