

<https://znaniya.com/task/26545097>

Айдар выписывает подряд целые числа 1,2,3, но он не любит цифру 9 и пропускает все числа, которые её содержат. Он выписал 1000 чисел, Какое число он написал последним?

Решение.

Просто пересчитаем их но попробуем слегка упорядочит процесс пересчёта. Итак на каждом десятке в диапазоне чисел от 1 до 80 мы «выбрасываем» одно число 9, 19, 29,....89. На 9м десятке от 80 до 90 выбросим 2 (89, 90), На десятом выбросим целых 9 чисел: 91, 92, ... 99. Итого на 1ю сотню выбросили $1 \cdot 8 + 2 + 9 = 19$ чисел.

Аналогично на 2й, 3й,.... 8й сотне. Это добравшись до 800 получаем недобор в $19 \cdot 8 = 152$. Далее на 9й сотне недоберём 20 чисел (900 тоже выбросим). От 900 до 1000 выбрасываем 99 чисел (от 901 до 999).

Итого добравшись до 1000 мы недопишем $152 + 20 + 99 = 271$.

Итак надо набрать ещё 271 число. Дописываем до 1271 но там тоже 9-ки в некоторых будут их надо пропустить. Составим таблицу учёта недоборов. Будем двигаться по шагам. Таким порядком Дошли до 1000 посчитали недостачу. Прибавили её к 1000. Получаем конечный пункт следующего этапа. И двигаемся к полученному числу. Затем считаем недобор на пройденном отрезке и прибавляем его начальному числу данного этапа. И так пока не дойдём до 1000 выписанных чисел.

УРА! ВОТ ОНО СЧАСТЬЕ! Если не ошиблись в расчётах. Ответ будет 1331.

Шаг	Число до которого дошла запись	Диапазон обработанных на данном этапе чисел. Включая граничные значения	Количество выброшенных чисел на данном шаге	Всего отброшенных чисел	Фактическое количество чисел на бумаге	Определяем конец следующего шага
k	X_k		Y_k	$W_k = \sum_{j=1}^k Y_j$	$N_k = X_k - W_k$	$X_{k+1} = X_k + Y_k$
1	1000	1 1000	271	271	729	1271
2	1271	1001... 1271	$19*2+7=45$	316	955	1316
3	1316	1272 ... 1316	$1+2+9+1=13$	329	987	1329
4	1329	1316 ... 1329	2	331	998	1331
5	1331	1329 ... 1331	0	331	1000	ПРИЕХАЛИ!

Таблица 1:

ОТВЕТ:

Последнее записанное число будет 1331.