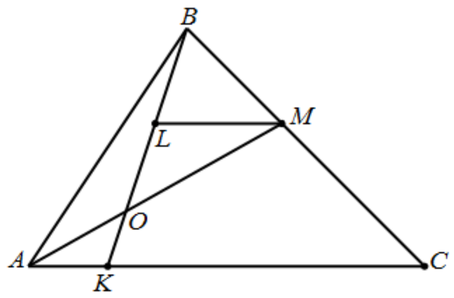

Прямые BK и AM пересекаются в точке O, $BM:MC=2:3$, $AK:KC=1:4$. На прямой BK возьмём точку L такую, что $ML \parallel AC$. Тогда $\Delta LBM \sim \Delta KBC$ и $\dfrac{LM}{CK}=\dfrac{MB}{BC}$, отсюда:

$$LM=\frac{CK\cdot MB}{BC} \qquad (1).$$

$\Delta OLM \sim \Delta OKA$ по 1-му признаку подобия: $\angle MOL=\angle AOK$ как вертикальные, $\angle OAK=OML$ как внутренние накрест лежащие при параллельных ML и AC и секущей AM. Из подобия треугольников OLM и OKA: $\dfrac{LM}{KA}=\dfrac{OM}{AO}$ или

$$LM=\frac{KA\cdot OM}{AO} \qquad (2).$$

Поделив равенство (1) на равенство (2), получим:

$$1=\frac{CK\cdot MB}{BC}\cdot\frac{AO}{KA\cdot OM} \quad \text{или} \quad \frac{AO}{OM}\cdot\frac{MB}{BC}\cdot\frac{CK}{KA}=1 \qquad (3).$$

По существу, сейчас я доказал ***теорему Менелая:*** *Если прямая BK пересекает стороны AM и AC треугольника AMC в точках O и K соответственно, а продолжение стороны MC – в точке B, то* $\dfrac{AO}{OM}\cdot\dfrac{MB}{BC}\cdot\dfrac{CK}{KA}=1$.

Почему-то сейчас эта простая теорема не входит в школьный курс планиметрии. Для прямой AM, пересекающей стороны BK и BC треугольника KBC в точках O и M соответственно и продолжение стороны CK – в точке A по теореме Менелая:

$$\frac{BO}{OK}\cdot\frac{KA}{AC}\cdot\frac{CM}{MB}=1 \qquad (4).$$

Для простоты запоминания: начинать можно с любой точки, первая буква в числителе первой дроби должна быть последней в знаменателе третьей дроби, вторая буква в числителе каждой дроби – первая в знаменателе этой же дроби, первая буква в числителе последующей дроби – вторая в знаменателе предытущей дроби.

Вернёмся к равенству (3): $\dfrac{AO}{OM}\cdot\dfrac{MB}{BC}\cdot\dfrac{CK}{KA}=1$. $AK:KC=1:4 \Leftrightarrow CK:KA=4:1$.

$BM:MC=2:3$, $BC=BM+MC \Rightarrow MB:BC=2:5$ (единицу измерения тожно выбрать так, что $BM=2$, $MC=3$). $\dfrac{AO}{OM}\cdot\dfrac{2}{5}\cdot\dfrac{4}{1}=1 \Leftrightarrow AO:OM=5:8$.

Равенство (4): $\dfrac{BO}{OK}\cdot\dfrac{KA}{AC}\cdot\dfrac{CM}{MB}=1$. $AK:KC=1:4 \Rightarrow KA:AC=1:5$,

$BM:MC=2:3 \Leftrightarrow CM:MB=3:2$. $\dfrac{BO}{OK}\cdot\dfrac{1}{5}\cdot\dfrac{3}{2}=1 \Leftrightarrow BO:OK=10:3$